**滴水尽其用**

**摘要**: 我们将水资源短缺归因于水资源在时间和空间上的不均匀分布，以及供给和需求的不平衡。对于前者，我们假定采用跨流域调水以及蓄水来解决问题；而对于后者，我们假定采用增加供给与控制需求的方法。我们首先使用灰色模型预测2025年时的水资源需求与供给的缺口，得到的结论是届时将有15个省份面临缺水，其中缺水最严重的江苏省将面临583.2亿的水资源缺口。接下来我们建立四个模型分别讨论了从调水、蓄水、海水淡化、节水四个方面改善届时的水资源状况。我们使用运输模型求得跨流域调水的最优解。根据结果我们建议从松辽流域向海河流域调水123.2亿，从长江流域向黄河流域调水52亿。我们使用库存论中的报童模型求取满足下游需求的最优蓄水量。使用模型对三峡大坝进行案例分析的结果表明，大坝至2025年应存储841亿的水量来满足届时下游的需要。对于海水淡化，我们使用了净现值分析方法比较，得出结论建议在上海建立4个海水淡化点，在其余给定地点亦建立若干。我们第四部分使用拉姆齐定价（Ramsey Pricing)来确定水价策略以达到节水目的。对陕西省的案例分析表明使用阶梯定价法可以减少每人每年17.8的水资源需求。最后，我们根据模型给政府提供了决策参考，并且对四个代表性的区域提出详细方案。我们的模型属于概念模型，求解结果来自数学上的最优化，因此，若我们能够有更精确的数据，我们可以在不进行繁琐重复工作的情况下得出更精确的结果。

**1 引言**

近年来，人口与地理的变化，从城市化到气候变化，均增加了水资源的需求，并同时减少了水资源的供给。根据陶氏化学公司2011年的报告[1]，在中国661个城市中，有33%存在缺水现象，且有17%被认为是严重缺水。对于中国来说，使用世界上6%的水资源养育世界上20%的人口是一项严峻的挑战。对于当今的中国，水资源在时间和空间上的分布不均匀。例如中国的北方地区有着这个国家40%的人口，却只有这个国家5%的水资源。地表水与地下水的过度开采，更是加剧了水资源的短缺，同时还带来新的环境问题（Oelkers等，2011) [2]。因此，从数量与质量上解决水资源短缺问题是我们的当务之急。而本文就旨在解决中国可持续发展的水资源管理的挑战。

我们将问题分解成两个方面分解成两个方面：其一为水资源的供需不平衡，其二为水资源分布在时间与空间上的不均匀。首先，我们分别考虑如下四项策略：调水、蓄水、海水淡化以及节水，并分别使用了运输模型、库存模型、净现值分析以及阶梯定价方法（见图1）。其次我们综合四项策略，并从政府决策者的角度制定策略。具体地，我们旨在回答如下问题：

1． **2025年水资源的需求与供给情况如何？**回答该问题，我们可以得到2025年水资源需求与供给的缺口大小。在此基础上，我们可以进一步分析问题。

2． **如何解决预计的水资源短缺问题？**在我们四个模型的逻辑框架下，我们将分别提出四项策略，从不同方面解决水资源短缺问题，接着为中国的决策者提出一项综合的模型。

在文章的剩余部分，我们分析中国内地的每一个省份，包括例如北京的直辖市。为方便起见，我们将省份与直辖市均统称为“省份”，故本文共分析30个省份。我们的分析忽略了海南省、香港特别行政区、澳门特别行政区、台湾地区，因为它们与中国大陆的水资源管理系统相对独立。

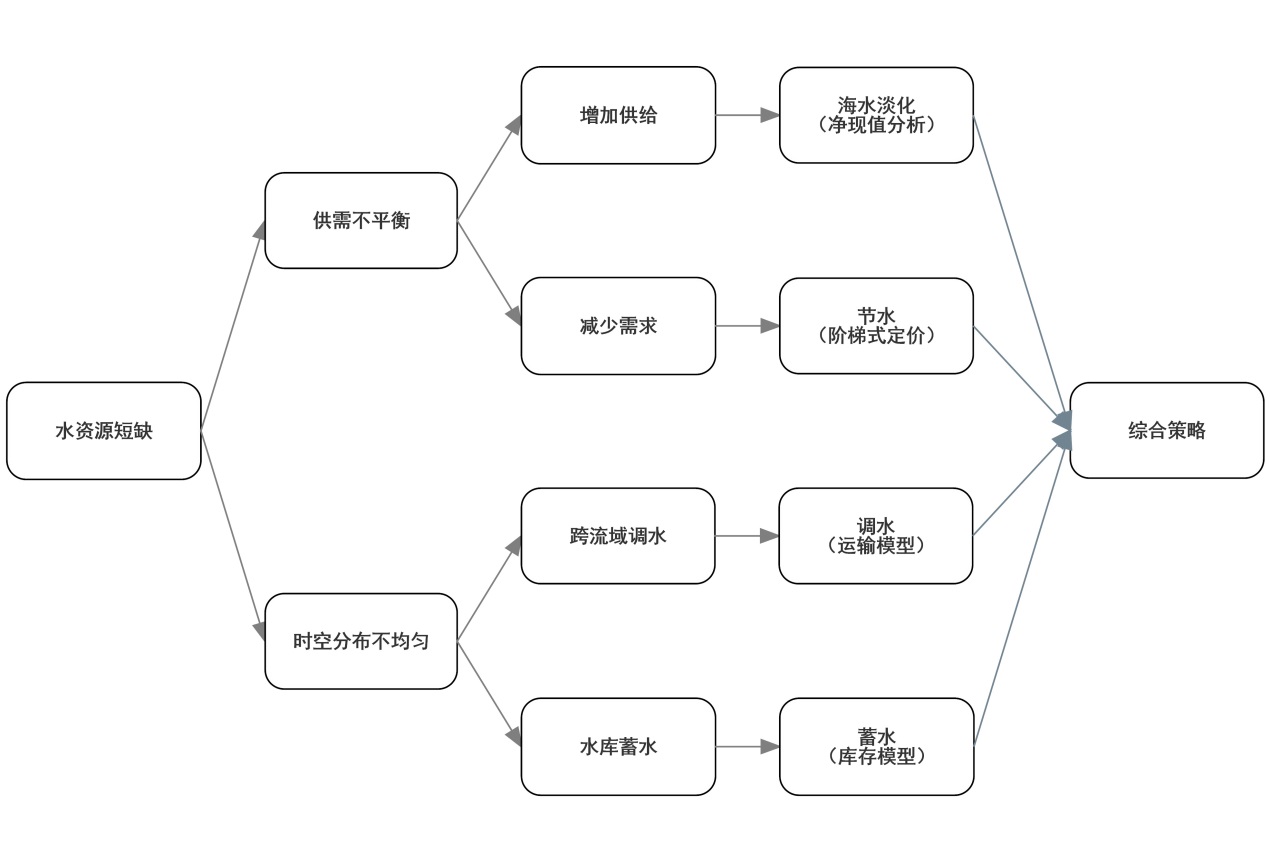


图1：模型的基本逻辑

**2 水资源供给与需求的预测**

有许多方法可以用来对于时间序列数据进行拟合与预测，包括自回归、移动平均、Box-Jenkins模型、灰色模型、神经网络模型等。其中灰色预测模型仅需要少量数据便可以预测一个未知系统的行为（Deng，1989; Zhang和Liu，2001） [3,4]。因此，考虑到中国相关数据较少，我们使用灰色模型来预测水资源的供给与需求。

**2.1 数据描述**

本文使用的数据来自国家统计局从1999年到2011年的相关数据[5]。

**我们使用用水量（亿立方米）作为水资源的需求。**数据包括农业用水、工业用水、城市消费以及生态保护用水。注意到2004年的数据出于未知原因缺失，为保持数据的一致性，我们使用2003年和2005年的平均值作为2004年数据的代替。

**我们使用水资源总量的40%（亿立方米）作为水资源的供给。**水资源总量包括地表水与地下水量之和减去二者重复的部分。自然界的水资源质量有着不同的等级层次，其中仅有一部分为淡水，而淡水中仅有一部分可供人类使（The Dow’s Company，2011） [1]。基于国家统计局的数据[5]，我们使用水资源总量的40%作为水资源的供给。

**2.2 灰色模型**

我们使用GM(1,1)模型来预测2025年的水资源需求与供给。对每个省份，我们记水资源供给与需求的历史数据为：

其中表示1999年的水资源供给与需求，表示2011年的相应数据。对数据进行累计生成操作，我们有：

对序列求平均，我们有：

其中。随后建立灰色微分方程：

(1)

可得式1的白化微分方程：

(2)

解式2得：

使用此模型获得2025年水资源需求与供给的预测值后，我们计算需求与供给的缺口如下：

缺口=供给-需求

并将缺口作为我们进一步研究所使用的数据。

**2.3 预测结果**

图2为使用MATLAB求解模型后得到的结果。如图所示，中国有一半的省份将在2025年面临缺水问题。在2025年将有15个省份面临缺水，包括江苏、新疆、安徽、上海、河南、河北、黑龙江、宁夏、内蒙古、甘肃、山西、山东、湖南、北京以及天津。上述大部分省份，除上海和湖南以外，均在中国的北部地区。该结果也与提到过的北部地区由于降水量少、气候干旱、工业农业用水与城市生活用水需求大，缺水更严重的事实相一致。江苏水资源缺口为583.24亿，排在缺水省份第一，其次是新疆与安徽，各有360.5亿 和349.3亿的缺口（见图3）。

在下文中的四个部分，我们将提出四项策略来解决水资源短缺的问题。

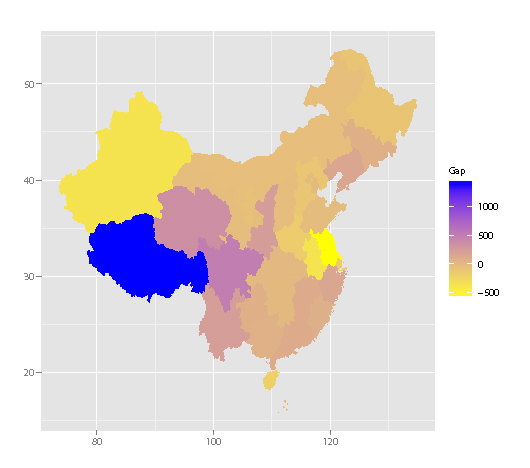


图2：2025年中国各省份将面临的水资源缺口

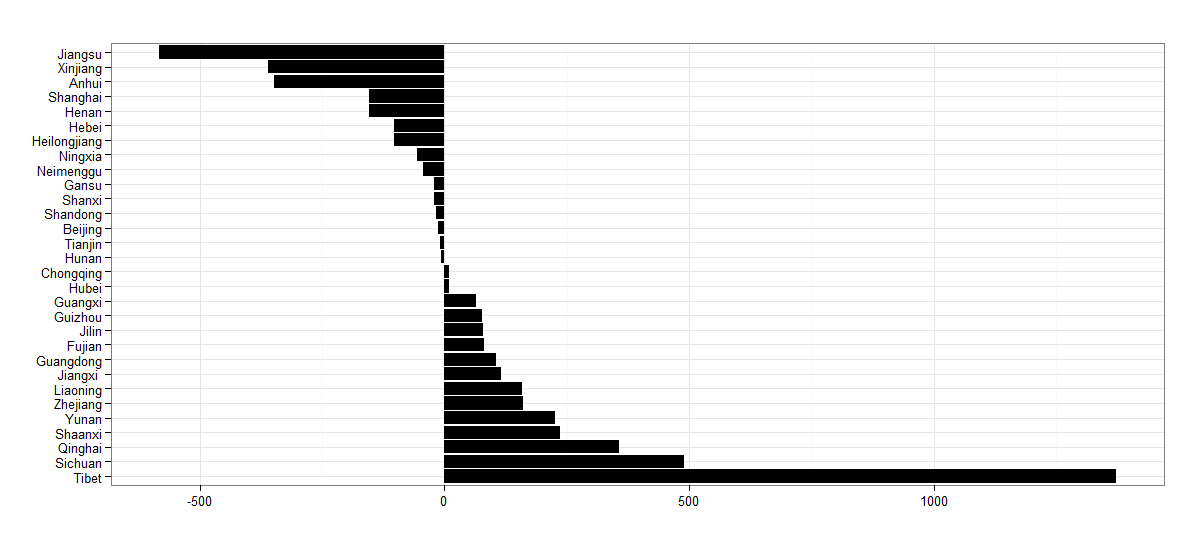
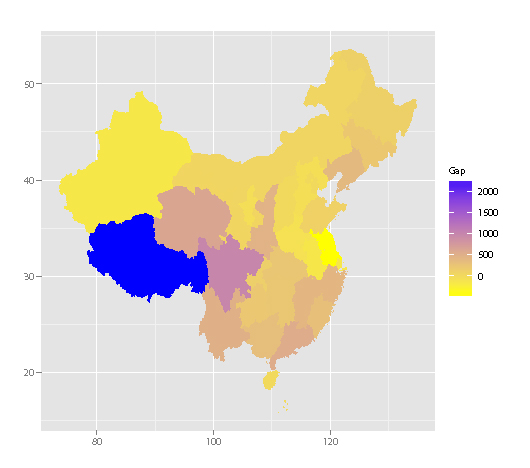
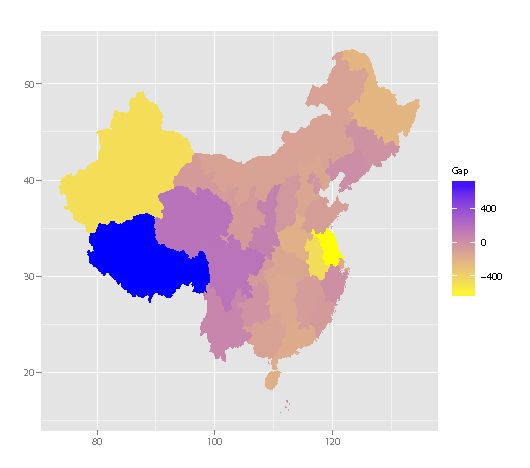


图3：2025年中国各省份将面临的水资源缺口

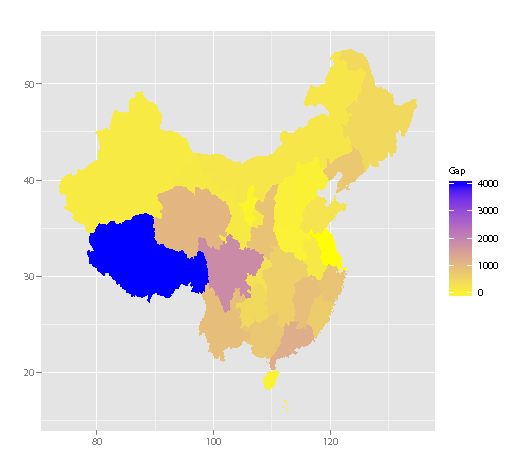
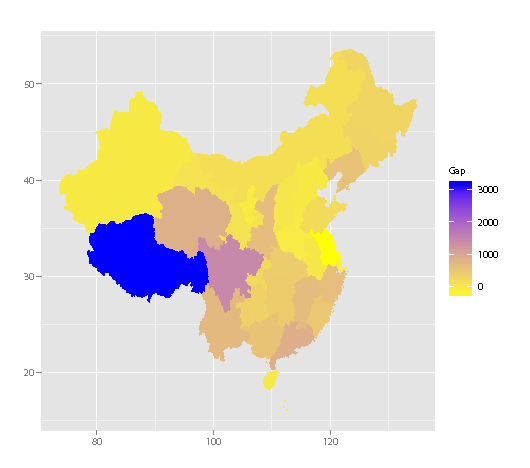
**2.4 敏感性分析**

在我们的假设中，我们提到了使用水资源总量的一部分（40%）作为水资源的供给。在这一部分，我们将测试预测结果对该比例值变动的敏感程度。如图4，该比例值的变化对我们预测的水资源在中国的分布情况影响甚微，不过缺口的绝对值（见图4中的图例）将发生变化。

灰色模型，包括前文中提到的其他统计模型存在一个共同的缺点，就是使用过去的变化趋势来预测未来的变化。该方法假设了变化的趋势将在未来持续下去，而我们没有方法能够保证这个假设是否会始终成立，因此我们的预测结果将可能存在偏差。作为该方法的代替，David等（1998）[7] 提出了一个概念模型。作者意识到将水资源短缺量化的难度，因此模型并不使用过去变化的趋势作为依据。模型基于水资源供给和需求的动态系统，仅需要某一年的一系列数据便可以预测未来的水资源状况。作者在文章中讨论了该模型的准确程度。由于相应数据的缺失，本文并未采用该模型，但当相应数据可以获得时，我们推荐使用此模型。关于预测的精度问题我们在文章中模型的优点与不足部分将有更多讨论。



(a) 20% (b) 60%



(c) 80% (d) 100%

图4：使用不同的可用水比例值时算得的水资源分布情况

**3 策略1：调水**

给定2025年水资源状况的预测值，我们使用数学模型来得出调水策略。

在中国大陆有若干条主要大河流，且学者常根据这些河流的分布将中国的河流划分为几个流域，如图5所示。

考虑到与跨流域的水资源调度相比，流域内的水资源调度相对简单且费用少，在模型中我们进考虑跨流域调水。因此，我们将每个省份的水资源缺口计算后，对属于每个流域的省份的缺口进行加总，得到每个流域的水资源缺口值。

首先，对于每个流域，认为水资源的供给和需求给定，我们计算出最大满足每个流域水资源缺口的最有运输策略。在数理模型的基础上，我们再导入相应的数据，得出具体的策略。



图5：中国的流域划分

**3.1 假设**

**运输成本与运水量和运水距离成正比。**将越多水运输越长距离，运输的成本就越高。由于跨流域运输极少量的水是不现实的，因此我们认为求解出的运输水量已经足够大，不考虑是否存在规模效应。

**水的运输工作在每年年初完成。**水资源的运输是一项连续的工作，但为了简单起见，我们认为水资源运出在每年年初的时刻即完成，完成后相应地区的缺口即被最大满足。

**每个流域间均存在跨流域调水通道。**中国有着若干项跨流域调水工程，比如南水北调工程。我们假设在每个流域之间均存在此类调水通道，在这些通道的帮助下我们可以完成跨流域调水。

模型使用的符号如下

表1：运输模型使用的符号

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 含义 |
|  | 流域i。共有M个流域。 |
|  | 流域i在年初的水资源供给。 |
|  | 流域i在年初的水资源需求。 |
|  | 流域i的水资源供需缺口。 |
|  | 从流域i向流域j运水所需的每单位成本。 |
| *E* | 水资源的净供给方的集合，即存在多余水资源的流域的集合。 |
| *S* | 水资源的净需求方的集合，即水资源不足的流域的集合。 |
| *m* | 水资源净供给方的数量。 |
| *n* | 水资源净需求方的数量。 |
|  | 从流域i向流域j运输水的数量。 |
| *C* | 调水工作的总成本。 |

**3.2 运输模型**

首先我们确定水资源的净供给方与净需求方。对的流域，令；对的流域，令。记正的缺口为，负的缺口为。对于总的缺口可能的不同取值，我们分情况讨论。

*若G=0，水资源总供给等于水资源总需求，供需平衡。*优化问题可以写作：

s.t.

*若G>0，水资源总供给大于水资源总需求，供大于求。*则将第一个约束改为：

*若G<0，水资源总供给小于水资源总需求，供不应求。*则将第二个约束改为：

**3.3 求解**

3.3.1 参数估计

*流域。*如图6所示，我们使用一种流域的划分方法，将中国大陆划分为7个主要流域，具体省份归属如表2所示。

表2：流域的划分

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 记号 | 流域 | 省份 |
|  | 东南流域 | 福建，浙江 |
|  | 海河流域 | 北京，河北，天津 |
|  | 黄河流域 | 甘肃，河南，内蒙古，宁夏，山西，山东，陕西 |
|  | 松辽流域 | 黑龙江，吉林，辽宁 |
|  | 西南流域 | 西藏，新疆，云南 |
|  | 长江流域 | 安徽，重庆，贵州，湖北，湖南，江西，江苏，青海，上海，四川 |
|  | 珠江流域 | 广东，广西 |

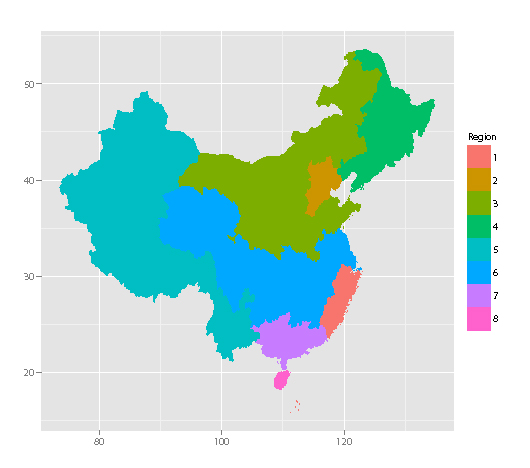


图6：模型使用的7个流域

*供给与需求。*从文章的上一部分，我们计算出了水资源在2025年的供需情况。根据我们的预测，共有两个流域面临水资源短缺，即（123.2亿）与（52.1亿），而其他流域将有盈余水量（：261.8亿，：159.0亿，：1286.8亿，：533.7亿，：197.0亿）。总水资源缺口为G=1792.7亿（总供给大于总需求，即存在盈余水量）。我们亦可以使用数据计算得到预测的净需求与净供给。此时，我们有E={, , , , }，且S={, }。

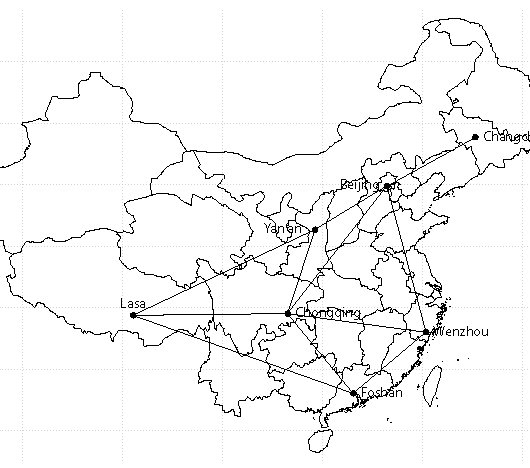
*运输成本（每水量每km）。*我们首先计算流域间的距离。由于每个流域的形状不规则，因此我们无法准确衡量每个流域之间的实际距离，因此我们使用每个流域的大致的中心城市之间的距离作为流域间距离的估计值。我们使用的中心城市是温州，北京，延安，长春，拉萨，重庆以及佛山，分别作为到的中心点（见图7）。由此方法计算出的流域间距离见表3。例如，表3中的第一行第一列表示的是与间的距离。为简单起见，我们假设每运输1 的水1 km将花费0.01元，因此运输的单位成本等于流域间距离的1%。

图7：代表各流域中心的城市

表3：流域距离矩阵

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 距离（km） |  |  |  |  |  |  |
|  | 1382 |  |  |  |  |  |
|  | 1420 | 710 |  |  |  |  |
|  | 1809 | 858 | 1564 |  |  |  |
|  | 2880 | 2564 | 1872 | 3400 |  |  |
|  | 1390 | 1460 | 828 | 2300 | 1490 |  |
|  | 940 | 1904 | 1550 | 2570 | 2310 | 980 |

该问题相当于求解一线性规划问题，且该问题为线性规划中典型的运输模型。有了成本，供给，需求的数据，我们可以求解出该模型。模型的结果可见表4。

Table 4: Water Channeling Strategy

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| From | To | Volume | Cost |
|  |  | 12.32 | 1057.30 |
|  |  | 5.21 | 431.46 |
|  |  | Total Cost (C) | 1488.76 |

3.3.2 结论

在模型求解结果的基础上，我们得到如下解决水资源空间上分布不均匀的跨流域调水策略：

从（松辽流域）向（海河流域）运输123.2亿的水，花费1057.30亿yuan；

从（长江流域）向（黄河流域）运出52.1亿的水，花费431.46亿元；

跨流域调水共花费1488.76亿元。

**3.4 敏感性分析**

该模型使用了许多估计的参数与数据，因此我们应该仔细检验模型的结果对参数或数据的估计值变化的敏感性。以我们前述部分的估计值为基础，我们检验部分数据变动对模型求解结果的影响。从表5我们可以看到总成本的变化程度要小于我们估计值的变化程度，因此我们可以认为模型的求解结果比较稳定。尽管如此，我们的模型的确仍十分依赖于估计数据的准确性。不过，我们的模型的最优性始终是成立的，换言之，我们的模型总是在给定数据的基础上求解出正确地最优结果。

表5：运输模型的敏感性分析

|  |  |
| --- | --- |
| 与间距离的变化 | 总运输成本的变化 |
| 20.00% | 14.20% |
| 10.00% | 7.10% |
| -10.00% | -7.10% |
| -20.00% | -14.20% |

**10 致相关部门的一封信**

致相关部门：

此封信件旨在建议一项综合了海水淡化、节水、调水、蓄水的水资源管理策略，以对你们在未来应对水资源短缺问题时提供帮助。

根据我们的预测，水资源短缺的现象在2025年将比较严重。全国将有15个省份面临水资源短缺问题。以江苏省为例，在2025年该省将面临583.2亿立方米的水资源短缺。北京、上海等其他省份或地区亦将面临不同程度的缺水。

根据我们的建模以及求解结果，我们建议在2025年从松辽流域向海河流域调水132.2亿立方米，从长江流域向黄河流域调水52亿立方米。另一方面，根据我们对三峡大坝的案例分析，我们建议大坝蓄水841亿立方米以满足下游需要。另外，上海应建立四个海水淡化点，且其他地区亦应建立若干海水淡化点。同时，我们对陕西省的案例分析表明对水价的阶梯式定价能够有效地减少水资源的需求。

为应对江苏省可能面临的严重水资源短缺，我们建议在该省对水资源进行阶梯式定价，并建立5个海水淡化点。另外，有效地使用水库的蓄水功能亦将产生客观的水资源供给量。

我们的方法结合了四项策略来应对在复杂环境中的中国可能面临的水资源短缺问题。这些策略相结合能够应对不同程度的水资源需求，以及不同省份的地理情况。我们对于我们模型应对各式情况的能力有着充分的自信。

我们的研究中遇到的一个主要问题是数据的可靠性。由于我们的模型是概念模型，使用的是逻辑推理与数学寻优，因此我们的模型总是在给定的数据下给出最优解。因此，若贵部门有兴趣与我们的团队合作，并提供更加准确的数据，我们能够在新的数据下迅速求解出更精确的详细策略。我们希望，在我们的共同努力下，我们能够最大程度地改进中国当今的水资源状况。

此致

敬礼

数学建模参赛队伍17444